

11. cvičení z PaSti – 2021-05-19

Bodové odhady

1. Máme náhodný výběr $X_1, \dots, X_n \sim U(0, \vartheta)$.

- (a) Navrhněte bodový odhad ϑ momentovou metodou.
- (b) Navrhněte bodový odhad ϑ metodou maximální věrohodnosti.
- (c) Pro každý z nich zjistěte, zda je nestranný a konzistentní.
- (d) Pro každý z nich spočítejte střední kvadratickou odchylku (MSE).
- (e) Který odhad je lepší? Napadá vás nějaký ještě lepší?

2. Máme náhodný výběr $X_1, \dots, X_n \sim \text{Exp}(\lambda)$. Označme $\vartheta = 1/\lambda$.

- (a) Navrhněte bodový odhad ϑ momentovou metodou.
- (b) Navrhněte bodový odhad ϑ metodou maximální věrohodnosti.
- (c) Pro každý z nich zjistěte, zda je nestranný a konzistentní.
- (d) Spočítejte střední kvadratickou odchylku (MSE).

3. Máme náhodný výběr $X_1, \dots, X_n \sim \text{Geom}(p)$.

- (a) Navrhněte bodový odhad p momentovou metodou.
- (b) Navrhněte bodový odhad p metodou maximální věrohodnosti.
- (c) Pro každý z nich zjistěte, zda je nestranný a konzistentní.

4. Máme náhodný výběr $X_1, \dots, X_n \sim \text{Exp}(\lambda)$. Zajímá nás pravděpodobnost p , že $X > 1$ pro $X \sim \text{Exp}(\lambda)$. (Připomeňme, že $p = e^{-\lambda \cdot 1}$.)

- (a) Navrhněte bodový odhad p (libovolnou metodou), případně několik odhadů.
- (b) Prozkoumejte jeho vlastnosti.

5. Nechť $X \sim \text{Exp}(\lambda)$ popisuje dráhu, kterou uletí radioaktivní částice, než se rozpadne. Náš přístroj její rozpad (a polohu rozpadu, tj. hodnotu X) zachytí, ale jen pokud $1 \leq X \leq 2$. Formálně, budeme zkoumat náhodný výběr $X_1, \dots, X_n \sim F_{X|B}$ pro jev $B = 1 \leq X \leq 2$.

- (a) Navrhněte bodový odhad λ momentovou metodou.
- (b) Navrhněte bodový odhad λ metodou maximální věrohodnosti.
- (c) Pro každý z nich zjistěte, zda je nestranný a konzistentní.

K procvičení

6. Máme náhodný výběr $X_1, \dots, X_n \sim \text{Pois}(\lambda)$.

- (a) Navrhněte bodový odhad λ momentovou metodou.
- (b) Navrhněte bodový odhad λ metodou maximální věrohodnosti.
- (c) Spočtete střední kvadratickou odchylku (MSE).

7. Máme náhodný výběr $X_1, \dots, X_n \sim U(\vartheta, \vartheta + 1)$.

- (a) Navrhněte bodový odhad ϑ momentovou metodou.
- (b) Navrhněte bodový odhad ϑ metodou maximální věrohodnosti.
- (c) Pro každý z nich zjistěte, zda je nestranný a konzistentní.
- (d) Pro každý z nich spočtete střední kvadratickou odchylku (MSE).
- (e) Který odhad je lepší? Napadá vás nějaký ještě lepší?