

*Množiny a relace*

**Skládání relací nekomutuje – rnonc (4 body)**

Najděte relace  $R, S$  (na libovolné množině) takové, že  $R \circ S \neq S \circ R$ .

**Mocniny relace – rexp (7 bodů)**

Buď  $R$  relace na nějaké množině  $A$ . Definujeme mocninu relace  $R^n$  takto:  $R^1 = R$ ,  $R^{n+1} = R^n \circ R$ . Dokažte, že pokud je  $A$  konečná množina, pak existuje  $0 < i < j$  takové, že  $R^i = R^j$ .

**Mocniny do nekonečna – rexp (7 bodů)**

Najděte relaci  $R$  na nějaké nekonečné množině takovou, že všechny relace  $R^n$  pro  $n > 0$  jsou navzájem různé.

**Uzavřenost ekvivalencí – ceqv (8 bodů)**

Nechť  $R$  a  $S$  jsou ekvivalence na množině  $X$  (tedy relace reflexivní, symetrické a tranzitivní). Které z následujících relací jsou ekvivalence:  $R \cup S$ ,  $R \cap S$ ,  $R \Delta S$  a  $R \circ S$ ? Pro každou možnost odpovězte buď *vždy* (pro každou volbu  $R$  a  $S$ ), *někdy* (pro aspoň jednu volbu), nebo *nikdy* (pro žádné  $R$  s  $S$ ).

**Uzavřenost uspořádání – cord (8 bodů)**

Nechť  $R$  a  $S$  jsou uspořádání na množině  $X$  (tedy relace reflexivní, antisymetrické a tranzitivní). Které z následujících relací jsou uspořádání:  $R \cup S$ ,  $R \cap S$ ,  $R \Delta S$  a  $R \circ S$ ? Pro každou možnost odpovězte buď *vždy* (pro každou volbu  $R$  a  $S$ ), *někdy* (pro aspoň jednu volbu), nebo *nikdy* (pro žádné  $R$  s  $S$ ).