

## Domácí úkoly z Diskrétní matematiky 2010-12-15

### *Stromy a tahy*

#### **Skóre stromu – skst (10 bodů)**

Popište posloupnosti, které jsou skórem nějakého stromu.

#### **Mosty v kostrách – moko (10 bodů)**

*Most* je hrana grafu, jejímž odebráním se zvýší počet komponent souvislosti. Dokažte, že v souvislém grafu jsou mosty právě ty hrany, které leží v průniku všech koster.

#### **Mosty v 3-regulárních grafech – more (10 bodů)**

Najděte 3-regulární graf, který obsahuje most. (Graf je *k-regulární*, pokud všechny jeho vrcholy mají stupeň  $k$ . Graf je *regulární*, pokud je  $k$ -regulární pro nějaké  $k$ .)

#### **Prohazování – xchg (10 bodů)**

Nechť  $T$  a  $\tilde{T}$  jsou dvě různé kostry téhož grafu. Dokažte, že pak existuje alespoň jedna hrana  $e \in E(T) \setminus E(\tilde{T})$  a že pro libovolnou takovou hranu existuje  $\tilde{e} \in E(\tilde{T}) \setminus E(T)$  taková, že  $T - e + \tilde{e}$  je také kostra.

#### **Kreslení více tahy – ktahu (8 bodů)**

Charakterizujte grafy, které se dají nakreslit  $k$  tahy (a  $k - 1$  tahy to nejde).

#### **V sudých grafech nejsou mosty – sumo (8 bodů)**

Dokažte, že má-li graf všechny stupně sudé, neexistuje v něm most.