

Domácí úkoly z Diskrétní matematiky 2017-11-20

Pravděpodobnost

Označme S_n pravděpodobnostní prostor permutací na n -prvkové množině s rovnoměrným rozdělením (všechny permutace mají stejnou pravděpodobnost, tedy $1/n!$).

Permutace se dvěma cykly – 2cyk (10 bodů)

Vyberme náhodně permutaci z S_n . Jaká je pravděpodobnost, že má právě dva cykly?

Jednička a dvojka – 1a2 (10 bodů)

Vyberme náhodně permutaci z S_n . Jaká je pravděpodobnost, že 1 a 2 leží na společném cyklu?

Trojka a čtyřka – 3a4 (6 bodů)

Vyberme náhodně permutaci $\pi \in S_n$. Rozhodněte, zda jevy $\pi(1) = 1$ a $\pi(2) = 2$ jsou nezávislé.

Auto a koza – koza (6 bodů)

V jisté americké televizní show se hraje následující hra: soutěžící potká troje dveře – za jedněmi náhodně vybranými je auto, za zbylými koza. Soutěžící ukáže na jedny dveře, moderátor otevře jiné a ukáže, že za nimi je koza. Soutěžící si pak může vybrat, které dveře otevře, a co za nimi bude, to dostane. Jak si má vybírat, pokud chce s co nejvyšší pravděpodobností získat auto?

Napravování mincí – napr (10 bodů)

Dostali jste minci, na níž padne hlava s pravděpodobností p a orel s $1 - p$. Chcete pomocí ní simulovat hod poctivou mincí, tedy vygenerovat náhodný bit, který bude 1 s pravděpodobností přesně $1/2$. Je tu však háček: p neznáte.