

Rovinné grafy

Platónská tělesa

Nakreslete grafy všech pěti pravidelných mnohostěnů. Nahlédněte, že jsou rovinné. Jak vypadají jejich duály?

Jednoznačnost duálu

Najděte dvě nakreslení téhož grafu, jejichž duály nejsou isomorfní.

Doplňěk rovinného grafu

Dokažte, že je-li G rovinný graf na alespoň 11 vrcholech, pak jeho doplňěk \overline{G} nemůže být rovinný.

Něco navíc:

Eulerova formule pro nesouvislé grafy

Dokažte, že pro graf nakreslený do roviny, který má v vrcholů, e hran, f stěn a k komponent souvislosti, platí $v + f = e + k + 1$. (Také můžeme ukázat, že vzájemné polohy komponent souvislosti v rovinném nakreslení se dají popsat stromem.)

Petersenův graf

Dokažte, že Petersenův graf není rovinný. Jde to jak úvahou používající Jordanovu větu, tak nalezením podgrafu isomorfního dělení $K_{3,3}$.

Kreslení na plochy

Prozkoumejte pro různé plochy (válec, koule, torus, Möbiův list, Kleinova lahev, projektivní rovina), jaké grafy se na ně dají nakreslit. Jsou to právě rovinné grafy, nebo i některé navíc?