

Příklady z Diskrétní matematiky 2017-10-02

Hříčky

Devatero mincí

Máte 9 mincí a rovníramenné váhy. Jedna z mincí je falešná, což se pozná podle toho, že váží méně než ostatní (to víte, kočičí zlato). Jak na co nejmenší počet vážení zjistit, která to je? A jak to dopadne pro M mincí?

Topinka

Normalizovaná topinka se opéká 2 minuty po každé straně. Kolejný topinkovač umí opékat 2 topinky současně. Ve skřínce jste našli poslední 3 krajíce chleba a chcete si z nich udělat topinky. Jak to udělat co nejrychleji?

Popletené truhly

V tajuplném sklepení stojí 3 truhlice. V jedné jsou diamanty, v druhé zlato, ve třetí švábi. Jednou si někdo dal tu práci, aby každou truhlici označil cedulkou popisující, co je uvnitř. A podruhé si někdo jiný dal tu práci, aby cedulky proházal tak, že ani jedna nesouhlasí. Jak na co nejméně otevření truhlic zjistit, která je která?

Mravenci na tyči

V zájmu vědy jste na metrovou tyč rozmístili 25 mravenců. Na počátku všichni mravenci stojí na místě. Když tlesknete, každý mravenec se rozejde rychlostí 1 cm/s směrem k jednomu z konců tyče. Pokud dojde na konec tyče, spadne dolů a dál se pokusu neúčastní. Pokud se dva mravenci potkají, nemohou se vyhnout, takže se oba otočí čelem vzad a pokračují v chůzi. Dokažte, že pro každou možnou volbu počáteční polohy a směru mravenců platí, že všichni mravenci do 100 sekund popadají.

Lámání čokolády

Tabulku čokolády $m \times n$ dílků chceme rozlámat na jednotlivé dílky. Kolik nejméně rozlomení je na to potřeba? A kolik nejvíce?

Hra s čokoládou

Opět lámání čokolády, tentokrát pro dva hráče. Hráči se pravidelně střídají v tazích. Ten, který je zrovna na tahu, si vybere jednu z částí čokolády a libovolně ji rozlomí, pouze je zakázáno odlamovat kousky 1×1 . Kdo nemůže udělat tah, prohrál. Vymyslete vyhrávající strategii pro hráče, který začíná, víte-li, že alespoň jeden z rozměrů čokolády je na počátku sudý.

Něco navíc:

Šachovnice

Mějme šachovnici 8×8 , ve které chybí dvě protilehlá políčka. Jde ji pokrýt dominovými kostkami (obdélníky 1×2 políčka, které lze otáčet)?

Rozcestí

Stojíte na rozcestí, jedna cesta vede k pokladu, druhá k šibenici. Mimo to se tam vyskytují dva pocestní. Podivní to bratři – jeden vždy mluví pravdu, druhý vždy lže. Můžete si vybrat jednoho z nich a položit mu jednu otázku na ANO/NE. Jak to udělat, abyste zjistili, která cesta je která?

Moucha kaskadérka

Na jisté jednokolejné trati se proti sobě rozjely dva vlaky. Současně vylétá z prvního vlaku moucha a míří k druhému. Tam se obrací a putuje zpět k prvnímu, pak zase k druhému, a tak dále, až skončí placatá mezi dvěma sraženými vlaky. Spočítejte, kolik metrů moucha celkem uletí, znáte-li počáteční vzdálenost vlaků a rychlosti obou vlaků a mouchy.