

## Domácí úkoly z Diskrétní matematiky 2010-10-27

### *Relace a počítání*

#### **Uzavřenost uspořádání – cequi (10 bodů)**

Jsou-li  $R$  a  $S$  uspořádání, jsou uspořádání také  $R \cup S$ ,  $R \cap S$ ,  $R \setminus S$ ,  $R \circ S$ ,  $R \Delta S$ ?

#### **Počet uspořádání 3 – pusp3 (5 bodů)**

Kolik existuje uspořádání na množině  $\{1, 2, 3\}$ ?

#### **Počet uspořádání 4 – pusp4 (15 bodů)**

Kolik existuje uspořádání na množině  $\{1, 2, 3, 4\}$ ? Může se vyplatit napsat si na jejich spočítání program.

#### **Relace podobojí – podob (5 bodů)**

Jak vypadají relace, které jsou současně ekvivalence i uspořádání? Najděte všechny takové.

#### **Samotář Šmudla – samo (8 bodů)**

Kolika způsoby lze posadit Sněhurku a 7 trpaslíků ke kulatému stolu tak, aby Šmudla neseděl vedle Sněhurky? (Dva zasedací pořádky lišící se jen otočením stolu, považujeme za stejné.)

#### **Trpaslíci a trpaslice – trpi (10 bodů)**

U  $2n$ -místného stolu se sešlo  $n$  trpaslíků s  $n$  trpaslicemi. Kolik je možností, jak se mohou usadit tak, aby se pravidelně střídali trpaslíci a trpaslice? (Na otočení stolu opět nezáleží.)

#### **Klobouky – klob (8 bodů)**

Jistých  $n$  lidí hraje následující hru. Každý dostane náhodně červený nebo černý klobouk (obě možnosti mají stejnou pravděpodobnost a jsou nezávislé na tom, jaké klobouky dostali ostatní). Svůj klobouk nikdo nevidí, klobouky všech ostatních ano. Každý má nyní na lísteček napsat, jaké barvy je jeho klobouk (červená, černá, nevím). Co napsali ostatní, nevidí. Všichni dohromady vyhrají, pokud každý z nich odpoví pravdivě a alespoň jedna odpověď se liší od nevím.

Hráči se předem mohou dohodnout na strategii. Navrhněte strategii pro  $n \geq 3$  s pravděpodobností výhry větší než 50%.

Více bodů dostanete, pokud pro nějaké  $n$  dosáhnete pravděpodobnosti větší než 99%.