

Opravná písemka z Diskrétní matematiky 13. 1. 2010

1. Dokažte, že graf s n vrcholy a k komponentami souvislosti má alespoň $n - k$ hran. (2 body)
2. Kolik existuje stromů na množině vrcholů $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$?
 - a) všech (1 bod)
 - b) navzájem neisomorfních (3 body)
3. Uvažme množinu $\mathcal{P}(\{1, 2, \dots, 4\})$ (potenci čtyřprvkové množiny) uspořádanou inkluzí.
 - a) Nakreslete Hasseho diagram. (2 body)
 - b) Nalezněte všechny nejmenší, největší, minimální a maximální prvky. (1 bod)
 - c) Jaký má toto uspořádání nejdelší řetězec a antiřetězec? (2 body)
 - d) Dokažte, že toto uspořádání lze pro vhodné n vnořit do množiny $\{1, \dots, n\}$ uspořádané relací dělitelnosti. (2 body)
 - e) Dokažte, že n , které jste použili, je nejmenší možné. (1 bod)
4. Dokažte, že intervaly $\langle 0, 1 \rangle$ a $(0, 1)$ jsou stejně mohutné. (2 body)
5. (*) Dokažte, že pokud je graf $2k$ -regulární (pro nějaké k), pak neobsahuje most. (3 body)

Potřebujete získat 8 bodů. Vše, co tvrdíte, podrobně zdůvodněte. Můžete bez důkazu používat tvrzení z přednášky nebo ze cvičení, ale uveďte jejich přesné znění. Nepoužívejte kalkulačky, zápisky, učebnice, sousedy ani jiné pomůcky. Nula je přirozené číslo. V případě nejasností se ptejte cvičícího.