Opravna písemka z Diskrétní matematiky 9. 12. 2009

1. Buďte R a S uspořádání na množině $\{1, \ldots, 10\}$. Které z následujících relací jsou také uspořádání?
   a) $R \cup S$ *(1 bod)*
   b) $R \cap S$ *(1 bod)*
   c) $R \,\Delta\, S = (R \setminus S) \cup (S \setminus R)$ *(1 bod)*
   d) $R \circ S$ *(2 body)*
2. Kolik existuje relací na množině $\{1, \ldots, n\}$, které jsou slabě antisymetrické? *(2 body)*
3. Ve frontě na další díl Pána prstenů stojí 3 elfové, 7 trpaslíků a 9 hraničářů. Kolika způsoby se mohou uspořádat, aby všichni příslušníci žádného národa netvořili souvislý úsek? *(3 body)*
4. Dokažte, že pro každé přirozené $n \geq 1$ platí následující rovnost:
   $$\sum_{i=1}^{n} i \cdot 2^i = (n-1) \cdot 2^{n+1} + 2. \quad \textit{(2 body)}$$
5. Kolik má n-prvková množina podmnožin o sudém počtu prvků? *(2 body)*

Vše, co tvrdíte, podrobně zdůvodněte. Můžete bez důkazu používat tvrzení z přednášky nebo ze cvičení (uvádějte ale znění všech tvrzení, která používáte). Nepoužívejte kalkulačky, zápisky, učebnice, sousedy ani jiné pomůcky. V případě nejasností se ptejte cvičícího.