

Příklad A1 (5 bodů). Popište algoritmus pro hledání k -tého nejmenšího prvku s náhodnou volbou pivotu, dokažte jeho správnost a posuďte časovou složitost v průměrném případě.

Příklad A2 (5 body). Popište Floydův-Warshallův algoritmus pro hledání nejkratších cest, dokažte jeho správnost a rozeberte časovou složitost. Funguje tento algoritmus na grafech se zápornými hranami? Se zápornými cykly?

Příklad B1 (5 bodů). Je dán neorientovaný graf $G = (V, E)$ ohodnocený celými čísly a množina vrcholů $W \subseteq V$. Navrhněte co nejefektivnější algoritmus, který najde minimální z takových koster, ve kterých jsou všechny vrcholy z množiny W listy. (Kostra může obsahovat i jiné listy.)

Příklad B2 (5 bodů). Vymyslete datovou strukturu, která si bude pamatovat množinu čísel a bude umět co nejrychleji vložit číslo do množiny, odstranit číslo z množiny a zjistit medián z čísel v množině.

Příklad B2' (2 body). Zkuste dokázat, že vaše struktura z předchozího příkladu pracuje v optimálním čase.

Příklad C (5 bodů). Mějme trojúhelníkovou matici T velikosti $2^k \times 2^k$. Jak co možná nejrychleji spočítat k ní inverzní matici T^{-1} ? Malá nápověda: Rozděl a panuj.

Poznámky:

Příklady jsou tři druhů: teoretické **A** i , u kterých byste měli vše precizně formulovat a zdůvodnit, dále praktické **B** i , kde se můžete odkazovat na algoritmy a věty z přednášky, aniž byste je museli odvozovat, a konečně nepovinný příklad **C**, jenž slouží jako lahůdka pro ty, kdo budou s písemkou dříve hotovi.

Ke každému algoritmu neodmyslitelně patří rozbor jeho správnosti (není-li zjevná) a časové a paměťové složitosti.

Při zkoušce je zapovězeno používat zápisky, kalkulačky, mobily, své kolegy, jakož i jiné pomůcky. Společně vyřešené úlohy budou obodovány taktéž společně.

Hodně štěstí!