

Příklad A1 (5 bodů). Definujte AVL strom a dokažte, že má hloubku $\mathcal{O}(\log n)$.

Příklad A2 (10 bodů). Popište Jarníkův algoritmus na hledání minimální kostry grafu a jeho implementaci. Dokažte, že funguje, a rozeberte časovou a paměťovou složitost.

Příklad B1 (5 bodů). Je dán orientovaný rovinný graf na n vrcholech. Popište co nejefektivnější algoritmus, který pro každou dvojici vrcholů (u, v) určí, zda existuje (orientovaná) cesta z u do v .

Příklad B2 (5 bodů). Robin Hood se rozhodl, že zastřelí co nejvíce šerifových poskoků jedním šípem. Navrhněte algoritmus, který, jsou-li dány souřadnice poskoků v rovině, nalezne přímku, na níž leží co nejvíce z nich.

Příklad C (5 bodů). Popište algoritmus, který pro danou posloupnost navzájem různých reálných čísel x_1, \dots, x_n nalezne její „největší díru“, tj. čísla $x_i < x_j$ taková, že žádné další x_k neleží mezi nimi a $x_j - x_i$ je největší možné. Nápověda: existuje řešení v lineárním čase.

Poznámky:

Příklady jsou tří druhů: teoretické **A***i*, u kterých byste měli vše precizně formulovat a zdůvodnit, dále praktické **B***i*, kde se můžete odkazovat na algoritmy a věty z přednášky, aniž byste je museli odvozovat, a konečně nepovinný příklad **C**, jenž slouží jako lahůdka pro ty, kdo budou s písemkou dříve hotovi.

Ke každému algoritmu neodmyslitelně patří rozbor jeho správnosti (není-li zjevná) a časové a paměťové složitosti.

Při zkoušce je zapovězeno používat zápisky, kalkulačky, mobily, své kolegy, jakož i jiné pomůcky. Společně vyřešené úlohy budou obodovány taktéž společně.

Hodně štěstí!